Baccalauréat Blanc avril 2018

Epreuve de Mathématiques Série ES et Série L spécialité

Durée de l'épreuve : 3 heures.

L'usage d'une calculatrice est autorisé.

Le sujet est composé de 3 exercices communs à tous les candidats, d'un exercice réservé aux candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et aux élèves de la série L, et d'un exercice réservé aux candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité.
Les candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité composeront l'exercice de spécialité sur feuille séparée.
Les exercices sont indépendants les uns des autres.
Chaque candidat doit traiter les 4 exercices qui le concernent.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 : 4 points
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des 4 questions, 4 réponses sont proposées; une seule de ces réponses convient. *Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie* ***ainsi que la réponse elle-même*** *sans justifier le choix effectué*.

Une bonne réponse rapporte 1 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. En suivant la loi uniforme, on choisit un nombre au hasard dans l'intervalle [4;11].
La probabilité que ce nombre soit inférieur à 10 est :

a. $\frac{6}{11}$ **b.** $\frac{10}{7}$ **c.** $\frac{10}{11}$ **d.** $\frac{6}{7}$

2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+1)e^{-2x+3}$.
La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa fonction dérivée f' est donnée par :

a. $f'(x) = -2e^{-2x+3}$ **b.** $f'(x) = e^{-2x+3}$
c. $f'(x) = (-2x+3)e^{-2x+3}$ **d.** $f'(x) = (-2x-1)e^{-2x+3}$

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -6e^{-2x+1}$.
Une primitive de f sur $\mathbb{R}$ est :

a. $F(x) = -6e^{-2x+1}$ **b.** $F(x) = -3e^{-2x+1}$
c. $F(x) = 3e^{-2x+1}$ **d.** $F(x) = -12e^{-2x+1}$

4. On considère la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par : $k(x) = 3x+5$.
L'aire, en unités d'aires, du domaine compris entre la courbe représentative de k, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$ est :

a. 6,5 **b.** 8 **c.** 4,5 **d.** 8,5.

EXERCICE 2 : 5 points

Commun à tous les candidats

Un loueur de voitures dispose au 1er mars 2015 d'un total de 10 000 voitures pour l'Europe.
Afin d'entretenir son parc, il décide de revendre, au 1er mars de chaque année, 25% de son parc automobile et d'acheter 3 000 voitures neuves.
On modélise le nombre de voitures de l'agence à l'aide d'une suite :
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de voitures présentes dans le parc automobile au 1er mars de l'année $2015 + n$.
On a donc $u_0 = 10\,000$.

1. Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}75u_n + 3\,000$.

2. Pour tout entier naturel n, on considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 12\,000$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75.
Préciser son premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n. Déterminer la limite de la suite (v_n).

c. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_n = 12\,000 - 2\,000 \times 0{,}75^n$.

d. En vous appuyant sur les réponses données aux deux questions précédentes, que pouvez-vous conjecturer sur le nombre de voitures que comptera le parc automobile de ce loueur au bout d'un grand nombre d'années ?

3. On admet dans cette question que la suite (u_n) est croissante.
On aimerait déterminer l'année à partir de laquelle le parc automobile comptera au moins 11 950 voitures.

a. Recopier et compléter les lignes L5, L6, L7 et L10 de l'algorithme suivant afin qu'il permette de répondre au problème posé.

L1	<u>**Initialisation**</u>
L2	U prend la valeur 10 000
L3	N prend la valeur 0
L4	<u>**Traitement**</u>
L5	Tant que . . .
L6	N prend la valeur . . .
L7	U prend la valeur . . .
L8	Fin Tant que
L9	<u>**Sortie**</u>
L10	Afficher . . .

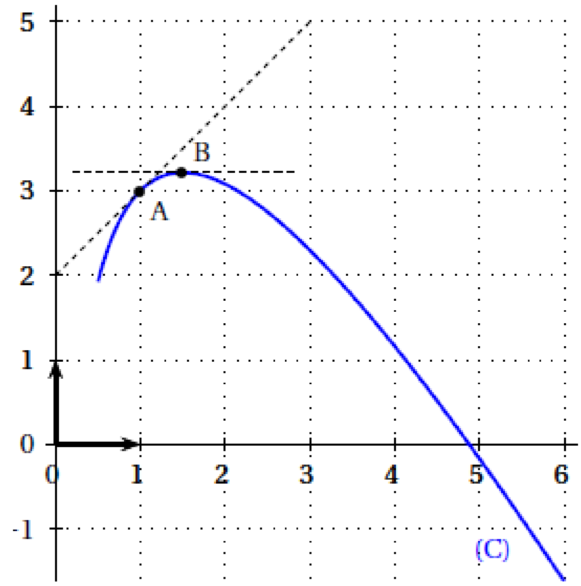
b. À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année recherchée.

c. Retrouver ce résultat en résolvant l'inéquation : $12\,000 - 2\,000 \times 0{,}75^n > 11\,950$.

EXERCICE 3 : 6 points
Commun à tous les candidats

La courbe (C) ci-dessous représente, dans un repère orthonormé, une fonction f définie et dérivable sur $[0,5; 6]$.
Les points $A(1; 3)$ et B d'abscisse 1,5 sont sur la courbe (C).
Les tangentes à la courbe (C) aux points A et B sont aussi représentées en pointillés sur ce graphique. On note T la tangente en A et la tangente en B est horizontale.
On note f' la fonction dérivée de f.

Les parties A et B sont indépendantes.



Partie A : Etude graphique

1. Déterminer $f'(1,5)$.

2. La tangente T à la courbe (C) passant par A passe par le point de coordonnées $(0; 2)$.
Déterminer une équation de T.

3. Donner un encadrement de l'aire, en unités d'aire et à l'unité près, du domaine compris entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

Partie B : Etude analytique

On admet que la fonction f est définie sur $[0,5; 6]$ par : $f(x) = -2x + 5 + 3\ln(x)$.

1. Pour tout réel x de $[0,5; 6]$, calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{-2x+3}{x}$.

2. Etudier le signe de f' sur $[0,5; 6]$ puis dresser le tableau de variation de f sur $[0,5; 6]$.

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement une solution α sur $[0,5; 6]$.
Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

4. En déduire le tableau de signes de f sur $[0,5; 6]$.

5. On considère la fonction F définie sur $[0,5; 6]$ par : $F(x) = -x^2 + 2x + 3x\ln(x)$.

a. Montrer que F est une primitive de f sur $[0,5; 6]$.

b. En déduire l'aire exacte, en unités d'aire, du domaine compris entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$.
En donner ensuite une valeur arrondie au dixième.

EXERCICE 4 : 5 points

☞ *Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

☞ *Candidats de L*

Les probabilités demandées seront données à 0,001 près.

Une étude est menée par une association de lutte contre la violence routière.
Des observateurs, sur un boulevard d'une grande ville, se sont intéressés au comportement des conducteurs d'automobile au moment de franchir un feu tricolore.
On s'intéresse au respect de la signalisation par les automobilistes.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Sur un cycle de deux minutes (120 secondes), le feu est à la couleur « rouge » pendant 42 secondes, « orange » pendant 6 secondes et « vert » pendant 72 secondes.
Par ailleurs, les observateurs notent que les comportements diffèrent selon la couleur du feu :

- lorsque le feu est rouge, 10% des conducteurs continuent de rouler et les autres s'arrêtent;
- lorsque le feu est orange, 86% des conducteurs continuent de rouler et les autres s'arrêtent;
- lorsque le feu est vert, tous les conducteurs continuent de rouler.

On s'intéresse à un conducteur pris au hasard, et on observe son comportement selon la couleur du feu.
On note :

- R l'évènement « le feu est au rouge »;
- O l'évènement « le feu est à l'orange »;
- V l'évènement « le feu est au vert »;
- C l'évènement « le conducteur continue de rouler ».

Pour tout évènement A, on note $p(\mathrm{A})$ sa probabilité, $p_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$ la probabilité de A sachant que B est réalisé et $\overline{\mathrm{A}}$ l'évènement contraire de A.

1. Modéliser cette situation par un arbre pondéré.

2.

a. Montrer que $p(\mathrm{R} \cap \mathrm{C}) = 0{,}035$.

b. Montrer que la probabilité que le conducteur continue de rouler au feu est 0,678.

3. Sachant qu'un conducteur continue de rouler au feu, quelle est la probabilité que le feu soit vert?

Partie B

Cette étude montre qu'à Toulouse, 36% des automobilistes ne respectent pas les feux de signalisation.

On choisit 10 automobilistes au hasard. Le nombre d'automobilistes est suffisamment grand pour que ces choix soient considérés comme indépendants.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre d'automobilistes qui ne respectent pas les feux de signalisation. X suit une loi binomiale.

a. Donner les paramètres de cette loi binomiale.

b. Quelle est la probabilité qu'exactement deux automobilistes ne respectent pas les feux de signalisation?

c. Quelle est la probabilité qu'au moins un automobiliste ne respecte pas les feux de signalisation ?

EXERCICE 4 : 5 points

☞ ***Candidats de ES <u>ayant suivi</u> l'enseignement de spécialité***

Une municipalité vient de mettre en place le service «vélo en liberté».
Il s'agit d'un service de location de vélos à la journée.
Les vélos sont disponibles sur deux sites A et B et doivent être ramenés en fin de journée indifféremment dans l'un des deux sites.
Après une étude statistique, on considère que :

- si un vélo est loué sur le site A, la probabilité d'être ramené en A est 0,6 ;
- si un vélo est loué sur le site B, la probabilité d'être ramené en B est 0,7.

1. En notant respectivement A et B les états « le vélo est en A » et « le vélo est en B », traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets A et B.

2. Donner M la matrice de transition de ce graphe en considérant les sommets dans l'ordre A, B.

3. Pour tout entier naturel n, on note a_n (respectivement b_n) la probabilité qu'un vélo quelconque soit, après n jours, sur le site A (respectivement sur le site B).
On note P_n la matrice $(a_n \quad b_n)$ correspondant à l'état probabiliste après n jours.
Le premier jour, tous les vélos sont distribués également sur les deux sites.
On a donc : $P_0 = (0{,}5 \quad 0{,}5)$.

a. On donne : $M^2 = \begin{pmatrix} 0{,}48 & 0{,}52 \\ 0{,}39 & 0{,}61 \end{pmatrix}$. Calculer P_2 en donnant le détail des calculs matriciels.

b. Calculer P_4 et interpréter le résultat dans le contexte du problème.

On arrondira les résultats à 10^{-2} *près.*

c. Déterminer l'état stable du graphe, noté $P = (a \quad b)$.

d. Tous les mois, un véhicule est affecté à la redistribution des vélos afin de rétablir au mieux la répartition initiale qui était de 70 vélos sur chaque site.
La municipalité envisage d'affecter un véhicule pouvant contenir 12 vélos.
Ce choix parait-il adapté à la situation ? <u>Justifier</u>.

Bac blanc TES avril 2018 Correction

EXERCICE 1 : 4 × 1 pt

1. En suivant la loi uniforme, on choisit un nombre au hasard dans l'intervalle [4;11].
La probabilité que ce nombre soit inférieur à 10 est :

a. $\frac{6}{11}$ **b.** $\frac{10}{7}$ **c.** $\frac{10}{11}$ **d.** $\frac{6}{7}$

Soit X la variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle [4;11], on cherche : $p(4 \leq X \leq 10) = \frac{10-4}{11-4} = \frac{6}{7}$
(réponse d.)

2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+1)e^{-2x+3}$.
La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa fonction dérivée f'est donnée par :

a. $f'(x) = -2e^{-2x+3}$ **b.** $f'(x) = e^{-2x+3}$ **c.** $f'(x) = (-2x+3)e^{-2x+3}$ **d.** $f'(x) = (-2x-1)e^{-2x+3}$

$f = uv$ avec $u(x) = x + 1 \Rightarrow u'(x) = 1$
et $v(x) = e^{-2x+3} \Longrightarrow v'(x) = -2e^{-2x+3}$ $(uv)' = u'v + uv'$
d'où : $f'(x) = 1 \times e^{-2x+3} + (x+1) \times (-2e^{-2x+3}) = e^{-2x+3} + (-2x-2)e^{-2x+3} = (1-2x-2)e^{-2x+3} = (-2x-1)e^{-2x+3}$
(réponse d.)

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -6e^{-2x+1}$.
Une primitive de f sur $\mathbb{R}$ est : **a.** $F(x) = -6e^{-2x+1}$ **b.** $F(x) = -3e^{-2x+1}$ **c.** $F(x) = 3e^{-2x+1}$ **d.** $F(x) = -12e^{-2x+1}$
Une primitive de e^{ax+b} est $\frac{1}{a}e^{ax+b}$ donc une primitive de e^{-2x+1} est $\frac{1}{-2}e^{-2x+1} = -\frac{1}{2}e^{-2x+1}$ d'où une primitive de f est :

$$F(x) = -6 \times \left(-\frac{1}{2}\right)e^{-2x+1} = 3e^{-2x+1}$$

(réponse c.)

4. On considère la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par : $k(x) = 3x + 5$.
L'aire, en unités d'aires, du domaine compris entre la courbe représentative de k, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$ est : **a.** 6,5 **b.** 8 **c.** 4,5 **d.** 8,5.
On cherche : $A = \int_0^1 k(x)dx = \int_0^1 (3x+5)dx = [\frac{3x^2}{2} + 5x]_0^1 = \frac{3\times1^2}{2} + 5 \times 1 - 0 = 6{,}5\ u.a.$
(réponse a.)

EXERCICE 2 :

1.(0,5 pt) Chaque année, le loueur de voitures revend 25% de son parc automobile on a donc un coefficient multiplicateur $CM = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$.
De plus, chaque année il achète 3000 voitures neuves, on a donc bien : $u_{n+1} = 0{,}75u_n + 3\,000$.
2. Pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 12\,000$.
a.(0,5 pt pour $v_{n+1} = 0{,}75\, v_n$ + 0,25 pt pour v_0)

$$\boldsymbol{v_{n+1}} = u_{n+1} + 12\,000 = 0{,}75u_n + 3\,000 - 12\,000 = 0{,}75u_n - 9\,000 = 0{,}75(u_n - \frac{9\,000}{0{,}75}) = 0{,}75(u_n - 12\,000) = \boldsymbol{0{,}75v_n}$$

$\boldsymbol{v_{n+1} = qv_n}$ avec $q = 0{,}75$ donc $(\boldsymbol{v_n})$ **est une suite géométrique de raison 0,75 et de premier terme** $\boldsymbol{v_0 = u_0 - 12\,000} = 10\,000 - 12\,000 = \boldsymbol{-2\,000}$.
b.(0,25 pt pour $v_n = -2000 \times 0{,}75^n$ + 0,25 pt pour $0 < 0{,}75 < 1$ + 0,25 pt pour $\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$)
$v_n = v_0 \times q^n = -2\,000 \times 0{,}75^n$.
(v_n) est une suite géométrique de raison 0,75, 0<0,75<1 donc $\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$.
c.(0,25 pt) $v_n = u_n - 12\,000 \Leftrightarrow u_n = v_n + 12\,000 \Leftrightarrow \boldsymbol{u_n = -2\,000 \times 0{,}75^n + 12\,000}$.
d.(0,25 pour la limite +0,25 pt pour la conjecture)
D'après les questions précédentes, on a : $\lim u_n = 12\,000$ donc on peut conjecturer que le nombre de voitures que comptera le parc automobile de ce loueur au bout d'un grand nombre d'années sera d'environ 12000 voitures.

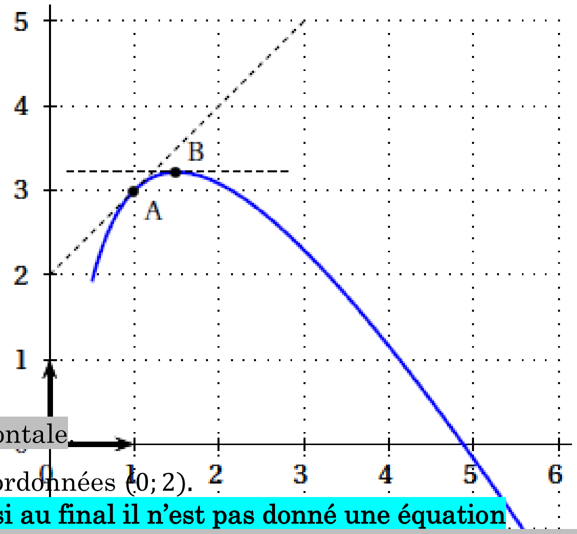
3.
a.(0,25 pt par ligne)

L5	Tant que U < 11 950
L6	N prend la valeur N + 1
L7	U prend la valeur 0,75 × U + 3 000 ou U prend la valeur $\boldsymbol{-2\,000} \times 0{,}75^n + 12\,000$
L10	Afficher N ou Afficher N + 2015

b.(0,25 pt pour les 2 valeurs + 0,25 pt pour l'année)
Avec la calculatrice, $u_{12} \approx 11\,937$; $u_{13} \approx 11\,952$ donc l'année cherchée est 2028.

c.(0,75 pt) $12\,000 - 2\,000 \times 0{,}75^n > 11\,950 \Leftrightarrow -2\,000 \times 0{,}75^n > 11\,950 - 12\,000 \Leftrightarrow -2\,000 \times 0{,}75^n > -50$
$\Leftrightarrow 2\,000 \times 0{,}75^n < 50 \Leftrightarrow 0{,}75^n < \frac{50}{2\,000} \Leftrightarrow 0{,}75^n < 0{,}025 \Leftrightarrow \ln(0{,}75^n) < \ln(0{,}025)$ car $a < b \Leftrightarrow \ln(a) < \ln(b)$
$\Leftrightarrow n\ln(0{,}75) < \ln(0{,}025) \Leftrightarrow n > \frac{\ln(0{,}025)}{\ln(0{,}75)}$ ($\ln(0{,}75) < 0$ donc on change le sens de l'inégalité)
$\frac{\ln(0{,}025)}{\ln(0{,}75)} \approx 12{,}8$
donc, **au bout de 13 ans, soit en 2028, le parc automobile de ce loueur comptera au moins 11 950 voitures.**

EXERCICE 3 :



La courbe (C) ci-dessous représente, dans un repère orthonormé, une fonction f définie et dérivable sur $[0{,}5; 6]$. Les points $A(1; 3)$ et B d'abscisse 1,5 sont sur la courbe (C). Les tangentes à la courbe (C) aux points A et B sont aussi représentées en pointillés sur ce graphique, la tangente au point B est horizontale. On note f' la fonction dérivée de f.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : Etude graphique

1. Déterminer $f'(1{,}5)$. **(0,25 pt)**

$\mathbf{f'(1,5) = 0}$ car en le point B d'abscisse 1,5 la tangente à C est horizontale.

2. La tangente à la courbe (C) passant par A passe par le point de coordonnées $(0; 2)$. Déterminer une équation de cette tangente. **(0,5 pt)** **enlever 0,25 pt si au final il n'est pas donné une équation**

L'équation réduite de la tangente à C en A est $y = f'(1) \times (x-1) + f(1)$.

$f'(1) = 1$ ← graphiquement $\quad f(1) = 3 \quad$ D'où : $y = 1(x-1) + 3$ càd $\boldsymbol{y = x + 2}$

3. Donner un encadrement de l'aire, en unités d'aire et à l'unité près, du domaine compris entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

On a : $\mathbf{3 \le A \le 4}$ **(0,5 pt)**

Partie B : Etude analytique

On admet que la fonction f est définie sur $[0{,}5; 6]$ par : $f(x) = -2x + 5 + 3\ln(\boldsymbol{x})$.

1. Pour tout réel x de $[0{,}5; 6]$, calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{-2x+3}{x}$. **(0,75 pt = 0,25 pt + 0,5 pt)**

Pour tout réel x de $[0{,}5; 6]$, $f(x) = u(x) + 3\ln(x)$ avec $u(x) = -2x + 5$; $u'(x) = -2$.

$\boldsymbol{f'(x)} = u'(x) + 3 \times \frac{1}{x} = -2 + \frac{3}{x} = \boldsymbol{\frac{-2x+3}{x}}$

2. Etudier le signe de f' sur $[0{,}5; 6]$ puis dresser le tableau de variation de f sur $[0{,}5; 6]$. **(1,25 pt = 0,5 pt + 0,75 pt)**

x	0,5		1,5		6
Signe de $-2x+3$		+	0	-	
Signe de x		+		+	
Signe de $f'(x)$		+	0	-	
Variation de f	1,92	↗	3,22	↘	$-1{,}62$

0,25 pt flèches
0,5 pt extrema

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement une solution α sur $[0{,}5; 6]$. **(0,75 pt)**
Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près. **(0,25 pt)**

Pour tout réel $x \in [0{,}5; 1{,}5]$, $f(x) \ge 1{,}92$ donc, l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solutions sur $[0{,}5; 1{,}5]$, (0,25 pt)
La fonction f est continue, strictement croissante sur $[1{,}5; 6]$, 0 est compris entre $f(1{,}5)$ et $f(6)$.
Donc, d'après le corollaire du TVI, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[1{,}5; 6]$, (0,5 pt)
Comme $f(4{,}87) > 0$ et $f(4{,}88) < 0$ alors **une valeur approchée de α à 10^{-2} près est4,87 (ou 4,88).** (0,25 pt)

4. En déduire le tableau de signes de f sur $[0{,}5; 6]$. . **(0,25 pt)**

x	0,5		α		6
Signe de $f(x)$		+	0	-	

5. On considère la fonction F définie sur $[0{,}5; 6]$ par : $F(x) = -x^2 + 2x + 3x\ln(x)$.
a. Montrer que F est une primitive de f sur $[0{,}5; 6]$. **(0,75 pt)**

F est dérivable sur $[0,5; 6]$

Pour tout $x \in [0{,}5; 6]$, $F(x) = u(x) + v(x) \times w(x)$

avec $u(x) = -x^2 + 2x$; $u'(x) = -2x + 2$; $v(x) = 3x$; $v'(x) = 3$; $w(x) = \ln(x)$; $w'(x) = \frac{1}{x}$.

Donc : $\boldsymbol{F'(x)} = u'(x) + \big(v'(x)w(x) + v(x)w'(x)\big)$

$= -2x + 2 + 3\ln(x) + 3x \times \frac{1}{x}$

$= -2x + 5 + 3\ln(x)$

$= \boldsymbol{f(x)}$ Donc : **F est une primitive de f sur $[0,5; 6]$.**

b. En déduire l'aire exacte, en unités d'aire, du domaine compris entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$. En donner ensuite une valeur arrondie au dixième. **(0,75 pt)**

Comme f est continue et positive sur $[1; 2]$ alors l'aire exacte, en u.a, du domaine compris entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$ est $\int_1^2 f(x)dx = F(2) - F(1)$

$= (-2^2 + 2 \times 2 + 6\ln(2)) - (-1^2 + 2 \times 1 + 3\ln(1))$

$= \mathbf{6\ln(2) - 1 \approx 3{,}2}$

0,25 pt

0,5 pt

EXERCICE 4 : ☞ *Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité* ☞ *Candidats de L*

Les probabilités demandées seront données à 0,001 près.

Une étude est menée par une association de lutte contre la violence routière.
Des observateurs, sur un boulevard d'une grande ville, se sont intéressés au comportement des conducteurs d'automobile au moment de franchir un feu tricolore.
On s'intéresse au respect de la signalisation par les automobilistes.

Partie A

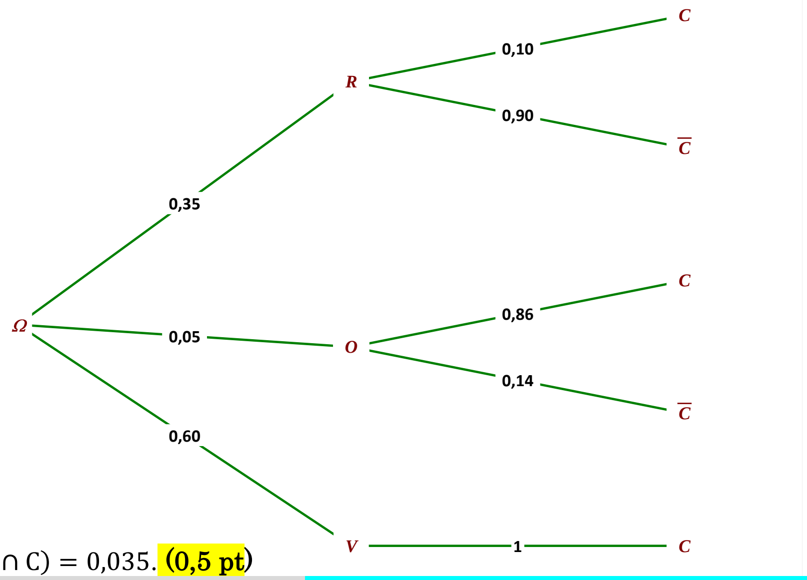
Sur un cycle de deux minutes (120 secondes), le feu est à la couleur « rouge » pendant 42 secondes, « orange » pendant 6 secondes et « vert » pendant 72 secondes.
Par ailleurs, les observateurs notent que les comportements diffèrent selon la couleur du feu :
- lorsque le feu est rouge, 10% des conducteurs continuent de rouler et les autres s'arrêtent;
- lorsque le feu est orange, 86% des conducteurs continuent de rouler et les autres s'arrêtent;
- lorsque le feu est vert, tous les conducteurs continuent de rouler.

On s'intéresse à un conducteur pris au hasard, et on observe son comportement selon la couleur du feu.
On note :
- R l'évènement « le feu est au rouge »;
- O l'évènement « le feu est à l'orange »;
- V l'évènement « le feu est au vert »;
- C l'évènement « le conducteur continue de rouler ».

Pour tout évènement A, on note $p(\mathrm{A})$ sa probabilité, $p_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$ la probabilité de A sachant que B est réalisé et $\overline{\mathrm{A}}$ l'évènement contraire de A.

1. Modéliser cette situation par un arbre pondéré. **(1,25 pt)**

Traduction des données sous forme de probabilités :
$p(R)=\frac{42}{120}=\frac{7}{20}=0{,}35$ $p(O)=\frac{6}{120}=\frac{1}{20}=0{,}05$ $p(V)=\frac{72}{120}=\frac{12}{20}=0{,}60$ $p_R(C)=0{,}10$ $p_O(C)=0{,}86$ $p_V(C)=1$



2.

a. Montrer que $p(\mathrm{R}\cap\mathrm{C})=0{,}035$. **(0,5 pt)**

$p(\mathrm{R}\cap\mathrm{C})=p(R)\times p_R(C)=0{,}35\times 0{,}1=0{,}035$ **sanction : - 0,25 pt si pas écrit $p(R)\times p_R(C)$**

b. Montrer que la probabilité que le conducteur continue de rouler au feu est 0,678. **(0,75 pt)**

0,25 pt

La probabilité que le conducteur continue de rouler au feu est $P(C)\underbrace{=}_{\substack{probas\\totales}}p(R\cap C)+p(O\cap C)+p(V\cap C)$

$=0{,}035+0{,}05\times 0{,}86+0{,}60\times 1$

$=0{,}678$ 0,5 pt

3. Sachant qu'un conducteur continue de rouler au feu, quelle est la probabilité que le feu soit vert? **(0,75 pt)**

Sachant qu'un conducteur continue de rouler au feu, la probabilité que le feu soit vert est
$p_C(V)=\frac{p(C\cap V)}{p(C)}=\frac{0{,}6}{0{,}678}\approx 0{,}884$ *ou* 0,885

Partie B

Cette étude montre qu'à Toulouse, 36% des automobilistes ne respectent pas les feux de signalisation.
On choisit 10 automobilistes au hasard. Le nombre d'automobilistes est suffisamment grand pour que ces choix soient considérés comme indépendants. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre d'automobilistes qui ne respectent pas les feux de signalisation. X suit une loi binomiale.

a. Donner les paramètres de cette loi binomiale. **(0,5 pt)**

$\boldsymbol{X\sim\mathcal{B}(10;0,36)}$

b. Quelle est la probabilité qu'exactement deux automobilistes ne respectent pas les feux de signalisation? **(0,5 pt)**

La probabilité qu'exactement deux automobilistes ne respectent pas les feux de signalisation est $P(X=2)\approx 0{,}164$ ou 0,165

c. Quelle est la probabilité qu'au moins un automobiliste ne respecte pas les feux de signalisation ? **(0,75 pt)**

La probabilité qu'au moins un automobiliste ne respecte pas les feux de signalisation est $P(X\geq 1)=1-P(X=0)$
$\approx 0{,}988$ ou 0,989